**Análisis de algoritmos**



**Alumno:** Luis Alberto Pineda Chavez

**Maestro:** Efraín Padilla

**INTRODUCCIÓN**

**Movimiento planetario**

Durante muchos años, los humanos creímos que la tierra era el centro del universo y el resto de los astros (incluso el sol) giraban en torno a esta. Esta creencia se bautizó como teoría geocéntrica, esta fue la teoría predominante en la mayoría de las culturas antiguas.

En la épica moderna, astrónomos como **Copérnico** y **Galileo** sugirieron que un Sol era el centro del Sistema Solar, lo cual ofrecía una mejor manera de entender los movimientos de estos objetos en el cielo.

**Johannes** **Kepler,** guiado por su curiosidad y el trabajo de su profesor, **Tycho Brahe**, fundamentó la teoría heliocéntrica y determinó que ésta podría explicar los movimientos de planetas con mucha mayor exactitud.

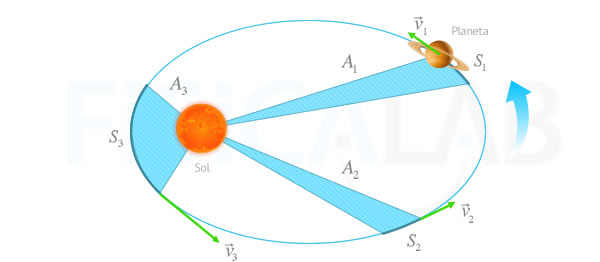
De sus observaciones, **Kepler** formuló tres leyes de órbitas planetarias que describen matemáticamente cómo los planetas se mueven en sus órbitas alrededor del Sol.

Primera ley: Conocida como ley de las órbitas, acaba con la idea, mantenida también por Copérnico, de que las órbitas debían ser circulares. La excentricidad *e* de una elipse es una medida de lo alejado que se encuentran los focos del centro. Su valor viene dado por:

Donde:

* *a :* Periodo del planeta. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el segundo ( *s* ).
* *b :* Constante de proporcionalidad. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el segundo al cuadrado partido metro cúbico ( *s2/m3* ).

Segunda ley: conocida como ley de las áreas, nos da información sobre la **velocidad** a la que se desplaza el planeta “La recta que une el planeta con el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales”.



Para que esto se cumpla, la velocidad del planeta debe aumentar a medida que se acerque al Sol. Esto sugiere la presencia de una fuerza que permite al Sol atraer los planetas, tal y como descubrió Newton años más tarde.

Tercera ley: También conocida como armónica o de los periodos, relaciona los periodos de los planetas, es decir, lo que tardan en completar una vuelta alrededor del Sol, con sus radios medios.

Para un planeta dado, el cuadrado de su periodo orbital es proporcional al cubo de su distancia media al Sol.

Donde:

* *T :* Periodo del planeta. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el segundo ( *s* ).
* *k :* Constante de proporcionalidad. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el segundo al cuadrado partido metro cúbico ( *s2/m3* ).
* *r* : Distancia media al Sol. Por las propiedades de la elipse se cumple que su valor coincide con el del semieje mayor de la elipse, Su unidad de medida en el sistema Internacional es el metro ( *m* ).

Pese a sus observaciones, Kepler no comprendió el motivo por el que los planetas se ven forzados a moverse de esta manera; Más tarde, **Isaac Newton** fundamentó la ley de la gravitación universal, una teoría que explicaría que este fenómeno no es más que una consecuencia de las fuerzas de atracción gravitacional.

Tras la estandarización de la teoría de **Newton**, se construyó un nuevo concepto llamado centro de masas, que no es más que el punto geométrico que dinámicamente se comporta como si en él estuviera aplicada la resultante de las fuerzas externas al sistema.

Para un sistema de partículas dado, el centro de masas se puede calcular como:

Donde:

* *M:* Masa total del sistema.
* *mi : masa de la partícula i-ésima.*
* *ri* : vector de posición de la masa *i*-ésima respecto al sistema de referencia supuesto.

**PLANTEAMIENTO**

El presente proyecto busca representar una aproximación bidimensional del movimiento planetario de forma gráfica, tomando como bases los fundamentos matemáticos descritos en la introducción.

La aproximación del proyecto abstrae esta idea a un nivel más general, pudiendo ser aplicado a cualquier sistema de partículas, ya que el principio es el mismo sin importar si la escala es planetaria o microscópica.

Debido a su naturaleza, el proyecto no intenta hacer una simulación exacta, si no crear una ilusión visual similar a la del sistema planetario en el que se basa, así como experimentar con distintas composiciones de sistemas de partículas con distintas masas, velocidades y órbitas.

**PROPUESTA**

**DE**

**SOLUCIÓN**

Para crear un programa capaz de simular el comportamiento de los planetas, es necesario utilizar un grafo de tipo árbol n-ario que contenga todas las partículas y sus conexiones. Antes de entrar en detalles, es necesario explicar a detalle los conceptos básicos de los componentes de dicha estructura.

***Grafo***

Un grafo *G* es un conjunto en el que hay definida una relación binaria, es decir, G = (V,A) tal que V es un conjunto de objetos a los que denominaremos vértices o nodos y es una relación binaria a cuyos elementos denominaremos arcos o aristas.

Dados ,puede ocurrir que:

1. , en cuyo caso diremos que *x* e *y* están unidos mediante un arco.
2. , en cuyo caso diremos que no lo están.

Si las aristas tienen asociada una dirección (las aristas (x,y) y (y,x) no son equivalentes) diremos que el grafo es **dirigido**,en otro caso ((x,y) = (y,x)) diremos que el grafo es **no dirigido**.

Conceptos asociados a grafos:

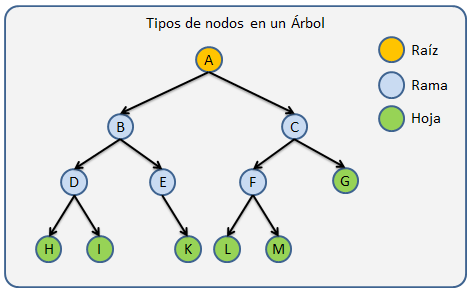
* Diremos que un grafo es **completo** si A=VxV,o sea,si para cualquier pareja de vértices existe una arista que los une (en ambos sentidos si el grafo es no dirigido).El número de aristas será:   
  + grafos dirigidos:
  + grafos no dirigidos:

donde *n = | V |*

* Un grafo dirigido es **simétrico** si para toda arista *(x,y) perteneciente a A* también aparece la arista *(y,x)perteneciente a A*;y es **antisimétrico** si dada una arista *(x,y) perteneciente a A* implica que *(y,x) no pertenece a A*.
* Tanto a las aristas como a los vértices les puede ser asociada información. A esta información se le llama etiqueta.Si la etiqueta que se asocia es un número se le llama peso, costo o longitud.Un grafo cuyas aristas o vértices tienen pesos asociados recibe el nombre de **grafo etiquetado o ponderado**.

***Árbol***

Es un tipo abstracto de datos ampliamente usado que imita la estructura jerárquica de un árbol, con un valor en la raíz y subárboles con un nodo padre, representado como un conjunto de nodos enlazados.

****

**Nodos:** Se le llama Nodo a cada elemento que contiene un Árbol.

**Nodo Raíz:** Se refiere al primer nodo de un Árbol, Solo un nodo del Árbol puede ser la Raíz.

**Nodo Padre:** Se utiliza este término para llamar a todos aquellos nodos que tiene al menos un hijo.

**Nodo Hijo:** Los hijos son todos aquellos nodos que tiene un padre.

**Nodo Hermano:** Los nodos hermanos son aquellos nodos que comparte a un mismo padre en común dentro de la estructura.

**Nodo Hoja:** Son todos aquellos nodos que no tienen hijos, los cuales siempre se encuentran en los extremos de la estructura.

**Nodo Rama:** Estos son todos aquellos nodos que no son la raíz y que además tiene al menos un hijo.

Los árboles contienen una serie de propiedades que ayudan a organizar su estructura de tal forma que cada nodo pueda ser identificado, insertado, consultado o , modificado de una forma más simple, las más importantes son:

**Nivel:** Nos referimos como nivel a cada generación dentro del árbol. Por ejemplo, cuando a un nodo hoja le agregamos un hijo, el nodo hoja pasa a ser un nodo rama pero además el árbol crece una generación o un nivel mas. Cada generación tiene un nivel mayor al de la generación anterior.

**Altura:** Le llamamos Altura al número máximo de niveles de un Árbol.

**Peso:** Conocemos como peso a el número de nodos que tiene un Árbol. Este factor es importante por que nos da una idea del tamaño del árbol y el tamaño en memoria que nos puede ocupar en tiempo de ejecución(Complejidad Espacial en análisis de algoritmos.)

**Orden:** Es el número máximo de hijos que puede contener un Nodo.

**Grado:** El grado se refiere al número mayor de hijos que tiene alguno de los nodos del Árbol en un momento dado, está limitado por el Orden, ya que éste indica el número máximo de hijos que puede tener un nodo.

**Sub-Árbol:** Conocemos como Subárbol a todo Árbol generado a partir de una sección determinada del Árbol, Por lo que podemos decir que un Árbol es un nodo Raíz con N Subárboles.

La estructura de datos del sistema que nos ocupa, es un árbol n-ario, lo que significa que cada nodo puede contener un número **n** de hijos, estos están, a su vez, conectados entre sí.

De esta forma, cada sub árbol de la estructura representa un sistema en sí mismo, siendo el nodo raíz el sol, sus nodos hijos representan a los planetas que lo orbitan y cada uno de estos es a su vez un sub árbol cuyos hijos son las lunas que los orbitan.

**IMPLEMENTACIÓN**

**Herramientas**

El proyecto fue escrito en su totalidad en C++, además, para facilitar el desarrollo del proyecto, se usaron librerías externas especializadas en distintas áreas, estas son las siguientes:

*SFML:* Es una librería gráfica open source que permite crear ventanas y renderizar objetos en ellas, el proyecto la usar para crear la ventana y renderizar los círculos que representan a los cuerpos.

*ImGui:* Es una librería gráfica especializada en generar interfaces de usuario interactivas, en la implementación se usa para hacer búsquedas de planetas, así como para cambiar la velocidad de movimiento de los cuerpos.

**Estructura**

El árbol n-ario está compuesto por nodos que contienen los siguientes elementos:

**Posición:** Representa la posición en el plano de la partícula, así como una aproximación del centro de masa que comparte con sus hijos.

**Velocidad:** Representa la velocidad orbital del cuerpo.

**Masa:** Representa la masa total de la partícula.

**Hijos:** representa los cuerpos que giran a su alrededor

**Capa:** Representa el nivel (altura) en el que se encuentra el nodo respecto a los demás.

**Nombre:** Es un identificador para diferenciarlo del resto de nodos en el grafo.

Gracias a la estructura jerárquica del árbol n-ario, cada nodo calcula su posición relativa al cuerpo en el que gira, y sus nodos hijos solo calculan su propia posición relativa a su padre.

Esto facilita los cálculos de las posiciones de cada nodo sin tener que preocuparse por el resto, ya que la posición de un sub-nodo representa el centro de masa que existe entre él y sus nodos hijos.

**Búsqueda**

Dada la estructura actual de la estructura de datos, el sistema de búsqueda está muy limitado, se trata de un simple recorrido a profundidad del árbol, recorriendo todos los nodos desde la raíz hasta la última hoja del último hijo.

Debido a esto, la complejidad de la búsqueda es y O(n) en el mejor y peor caso respectivamente.

**CONCLUSIÓN**

Este proyecto no solo es útil para visualizar una representación del movimiento planetario de nuestro sistema solar, si no para experimentar con diversos sistemas de cuerpos celestes o partículas con diferentes masas y distancias.

Fuera del campo de la simulación de sistemas planetarios, si se aplican fuerzas externas para mover los nodos, es una herramienta interesante para crear sistemas de partículas como humo.

Pese a todo el trabajo realizado, existe un enorme margen de mejora, hay muchas funcionalidades pendientes, como pueden ser las siguientes:

* Inserción y borrado de nodos en tiempo de ejecución: Esto podría ayudar a hacer experimentación en tiempo real, y así observar las modificaciones de comportamiento del sistema al momento.
* Optimización de búsqueda: Para conseguirlo será necesario hacer modificaciones considerables a la estructura de datos principal, podría almacenarse la información de los nodos en una lista ligada que se mantenga ordenada, a su vez, el árbol n-ario contendría referencias a los nodos de la lista.
* Centros de masa como posiciones en los sub-nodos: El mayor problema de la estructura actual es que se asume que la posición del nodo padre actúa como centro de masa del sub sistema que compone con sus hijos, en la práctica esto no es del todo preciso, ya que las masas y distancias de los cuerpos que giran en torno a él pueden modificar considerablemente el centro de masa.

**BIBLIOGRAFÍA**

<https://www.meteorologiaenred.com/teoria-geocentrica.html>

<http://www2.montes.upm.es/dptos/digfa/cfisica/dinamsist/cdm.html>

<http://decsai.ugr.es/~jfv/ed1/tedi/cdrom/docs/grafos.htm>

<https://www.oscarblancarteblog.com/2014/08/22/estructura-de-datos-arboles/>

<https://www.ecured.cu/Teor%C3%ADa_helioc%C3%A9ntrica>